

図1は、向かい合わせたN極どうし、S極どうしの磁石を互いに直角に設置した場合の磁束密度 B [T]の様子を表している。右方向を x 軸正の向き、上方向を z 軸正の向き、紙面手前から奥向きを y 軸正の向きとし紙面中心を原点とする。磁束密度 B [T]を x,y,z 成分で表すと $B_x = -0.6z, B_y = 0, B_z = -0.6x$ となっている。したがって $z=0$ の xy 平面上では $B_z = -0.6x$ だけで、磁場は z 向きで x 座標によって大きさが変わる簡単な状況である。以下 $z=0$ の xy 平面上で考える。

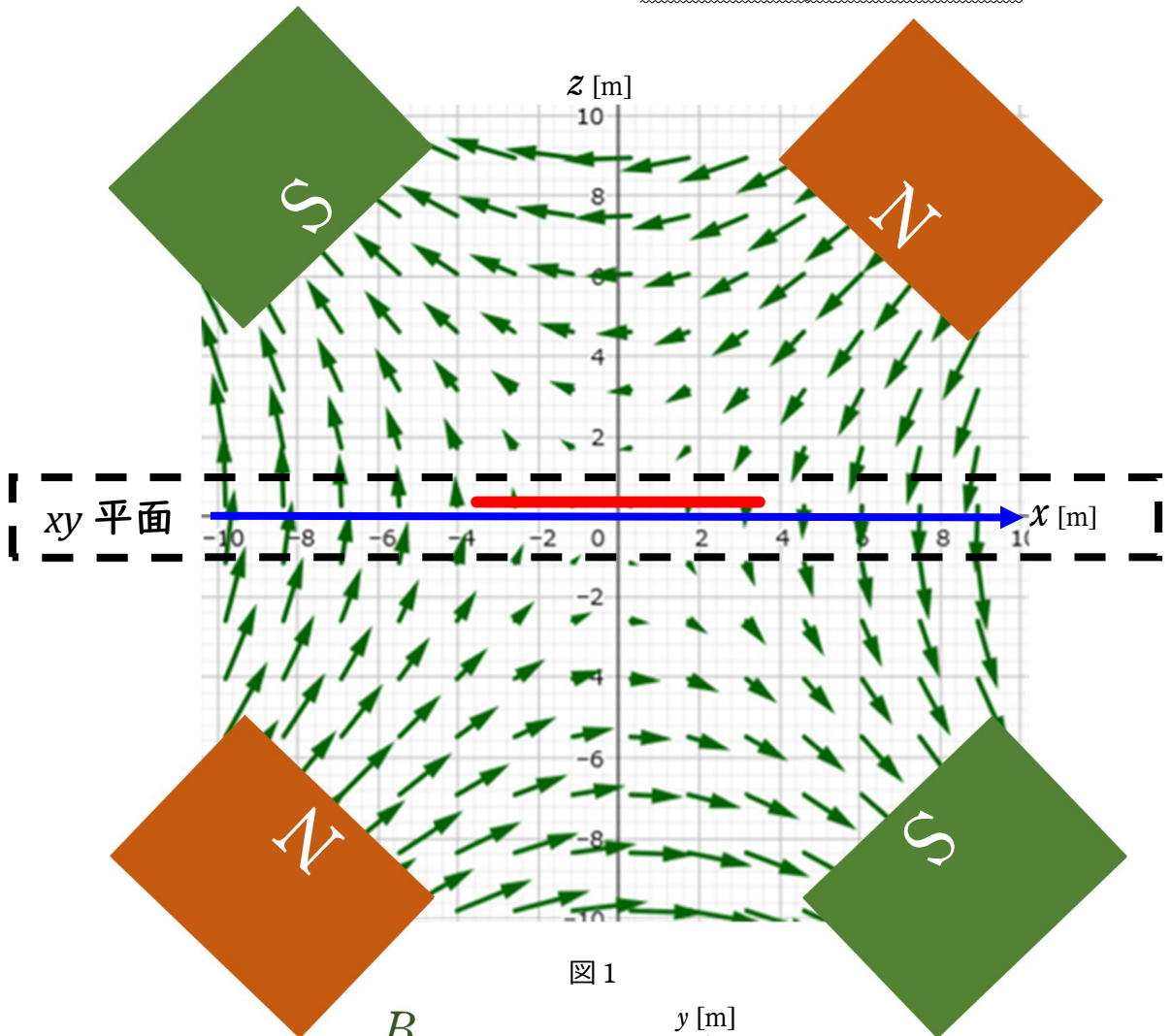


図1

図2は z 軸正の方向から見下ろした図である。 $z=0$ の xy 平面上(図1の青線)に一辺の長さが a [m]の正方形のコイル(赤)を置く。

$z=0$ の xy 平面上では磁束密度 B [T]は紙面に垂直な z 方向を向いていて $B_x = 0, B_y = 0, B_z = -0.6x$ となるので x 座標によって変化する。(x が負で奥から手前向き、 x が正で手前から奥向き)

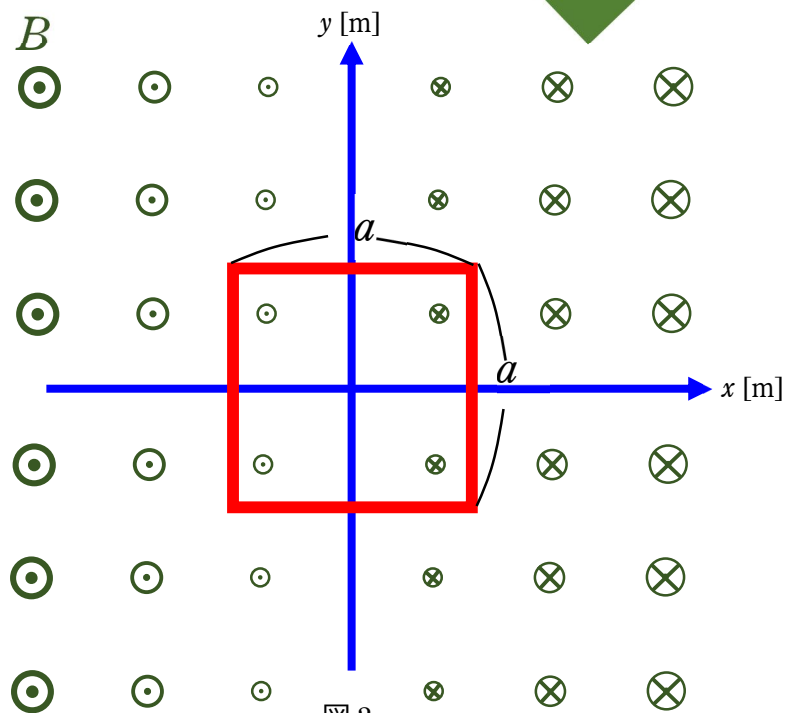
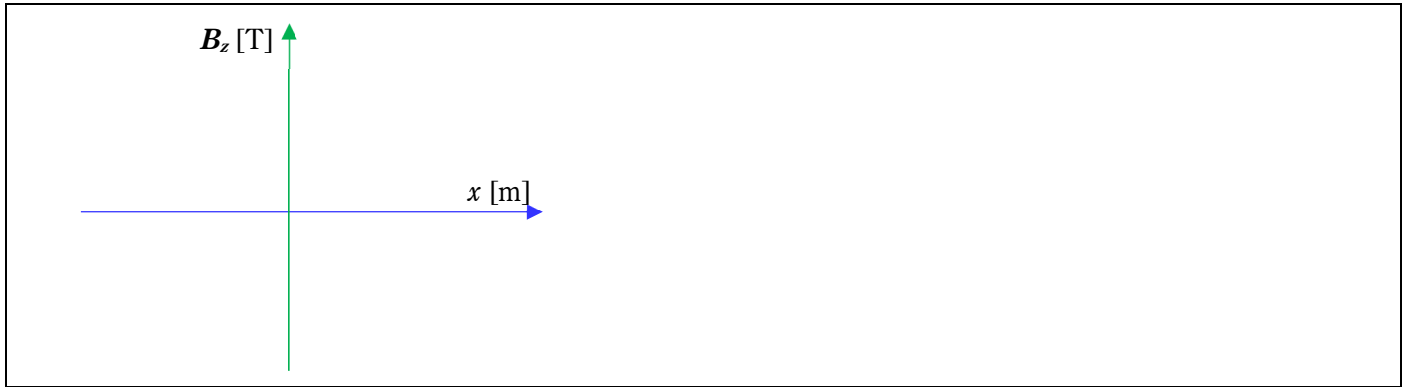


図2

(1) コイルを動かす場合

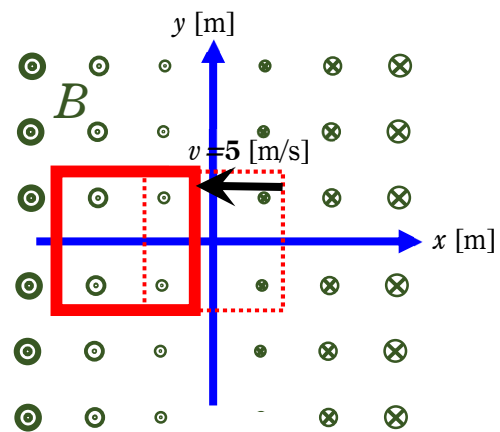
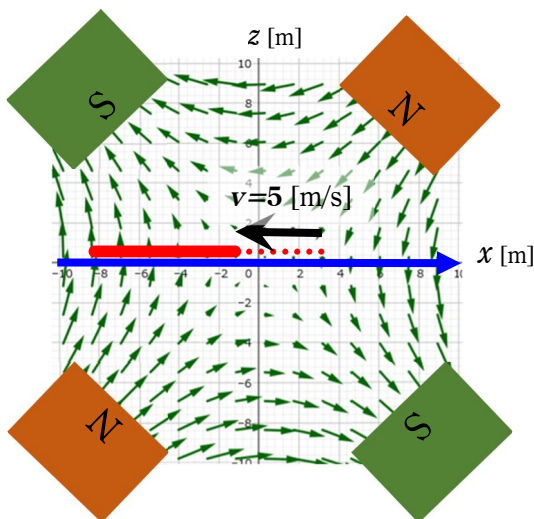
(a) $z=0$ の xy 平面上での、 B_z を x の関数としてグラフに表しなさい。目盛も適切につけよ。



(b) 正方形のコイルを $z=0$ の xy 平面上で x 軸の負の向きに速さ 5[m/s] で動かす。この状況下で、仮に正電荷 $+1\text{[C]}$ をコイルの辺に沿って時計回りに一周動かすことを考える。正電荷は空想で一周するだけなので一周する動きの実際の速度は持たないが、実際の動きの速さ 5[m/s] で磁場が強い方へと動いているコイル上を一周してもそのコイル上の磁場の変化が無視できる高速で動かしたと考えてもいい。このときこの正電荷がローレンツ力によってされる仕事 W を求める。(これが誘導起電力 V にあたる。)

ヒント

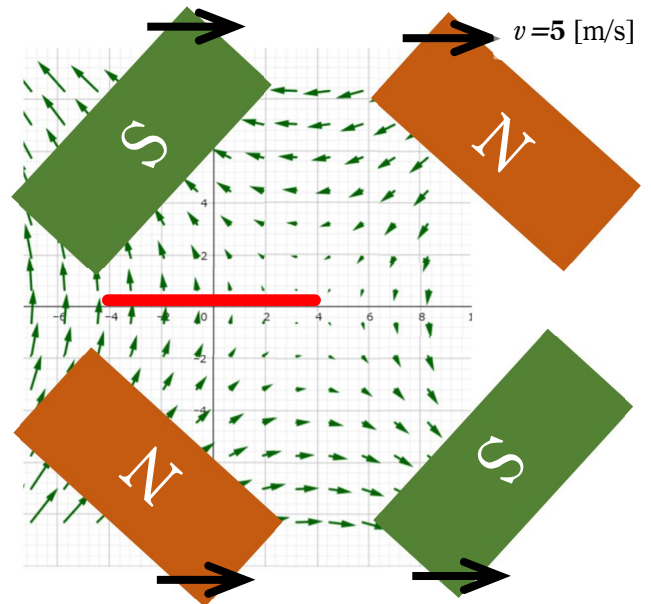
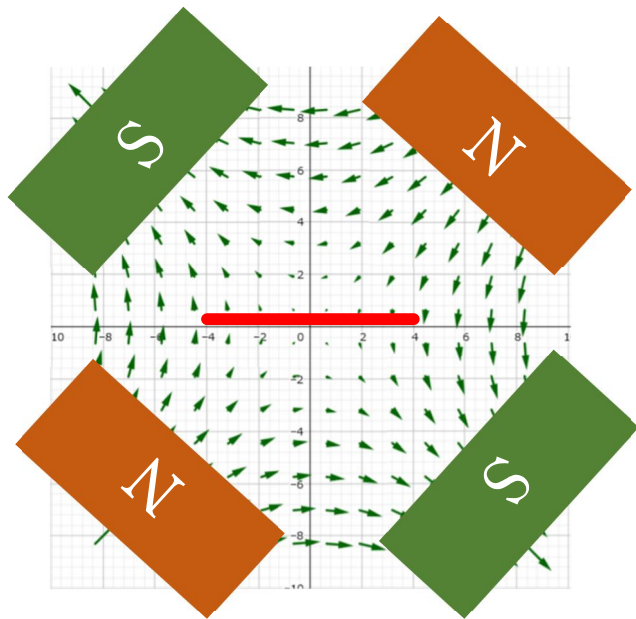
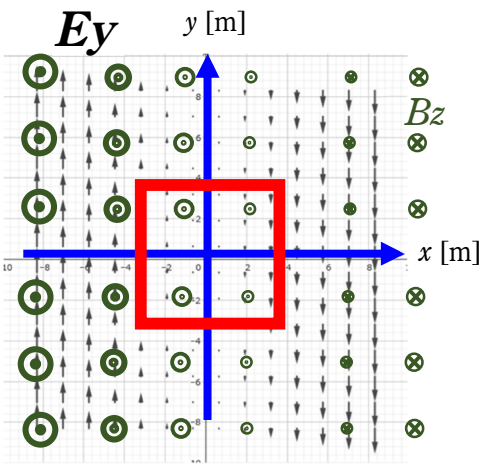
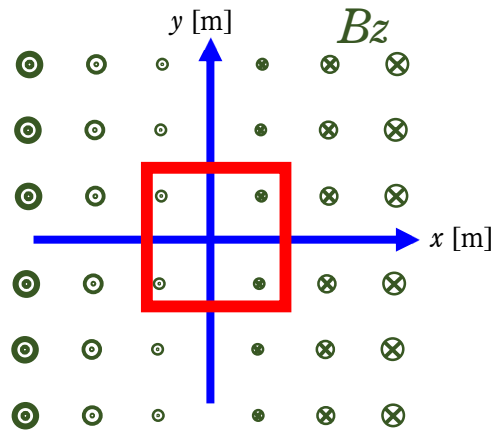
1. コイルは動いているが、正電荷を一周させる間、一周させ始めた時のコイルの各場所の磁束密度の値のまま変化していないとして計算していい。例えば、コイルの左側の辺の位置を通ったときのその位置の磁束密度の z 成分が仮に b だったとすると、磁束密度は場所によって $B_z = -0.6x$ と変化するので、コイルの右側の辺に来たときのその位置の磁束密度は $B_z = b - 0.6a$ と考えていい。
2. コイルを一周させる高速な速度 V によって生じるローレンツ力は、コイルと直角の方向に発生するので、一周させるときの速度 V によるローレンツ力による仕事は 0 。左側の辺から右側の辺へ、右側の辺から左側の辺へそれぞれコイル上を移動するときは、この高速の移動の速度 V とコイルが動いている 5m/s の速度が同じ向きに混じるが、この方向の移動ではどちらの速度に対しても、コイル上を移動する時にローレンツ力は移動方向と直角なので仕事はしない。したがって、実質左側の辺上と右側の辺上を移動する時だけ、コイルが左へ 5m/s の速度で動くことによって発生するローレンツ力が仕事をする。



(2)磁石を動かす場合

今度は、コイルは固定したまま、4つの磁石のセットをそのまま x 軸正の向きに $5[m/s]$ の速さで動かす。

この場合、コイル中の電荷は、速度 $v=0$ のためにローレンツ力は受けない。代わりに、磁場の変化で発生する誘導電場が電荷に仕事ををする。



磁束密度 B は、 z 成分だけが時間と共に変化する。

$$B_x = -0.6z, \quad B_y = 0, \quad B_z = -0.6(x - 5t) = -0.6x + 3t$$

電磁誘導の法則により磁束密度 B が時間と共に変化すると誘導電場 E が生じる。仮に次のようになったとする。

$$E_x = 0, \quad E_y = -3x + 15t, \quad E_z = 0$$

(c) 仮に正電荷 $+1[C]$ をコイルの辺に沿って時計回りに一周動かしたとき、誘導電場 E によってされる仕事 W は (b) で求めた仕事と等しいことを確認しなさい。(これが誘導起電力 V にあたる。) この問題でも正電荷をコイル一周させる動きは空想なので、一周し始めと終わりで電場の大きさの様子は変わっていないとする。